ПРАВИТЕЛЬСТВО САНКТ-ПЕТЕРБУРГА
КОМИТЕТ ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ
ГБОУНПО
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ
ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ ЛИЦЕЙ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГА

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ: «ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА»

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ
ПЕРШИКОВА МАРИАННА СТЕПАНОВНА

СОГЛАСОВАНО:
ПРОТОКОЛ МК
ОТ «___»______ 2012г

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2011-2012 УЧ. ГОД

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАБОТА

ТЕМА: Создание электронной базы данных по преподаванию алгебры на II курсе по разделам «Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства», «Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства», «Системы показательных и логарифмических уравнений»

Данная методическая работа может быть использована как опорный конс-
пект по указанным темам для учащихся, которые хотят восполнить пробелы
в знаниях в связи с пропуском занятий, более глубоко усвоить пройденный
материал, ознакомиться с уровнем заданий, предлагаемых для сдачи ЕГЭ.

К работе прилагается дидактический материал в виде карточек-заданий для индивидуальной работы по материалам для сдачи ЕГЭ (базовый уровень)

Основные цели предлагаемой работы:

1. Формирование понятий о показательной функции, о степени с произвольным действительным показателем, о свойстве показательной функции, о графике функции, о симметрии относительно оси координат
2. Формирование умения решать показательное уравнение различными методами: уравниванием оснований, уравниванием показателей, вынесением общего множителя за скобки, введением новой переменной.
3. Овладение умением решать показательные неравенства различными методами.
4. Овладение навыками решения системы показательных уравнений.
5. Формирование представлений о логарифме, об основании логарифма, о логарифмировании, о десятичном логарифме, о натуральном логарифме, о формуле перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.
6. Формирование умения применять свойства логарифмов: логарифм произведения, логарифм частного, логарифм степени при упрощении выражений, содержащих логарифм.
7. Формирование понятий о логарифмической функции, ее графике и свойствах.
8. Овладение приемами нахождения области определения логарифмической функции.
9. Овладение умением решать логарифмическое уравнение, переходя

к равносильному логарифмическому уравнению, применяя метод потенцирования, метод введения новой переменной, метод логарифмирования.

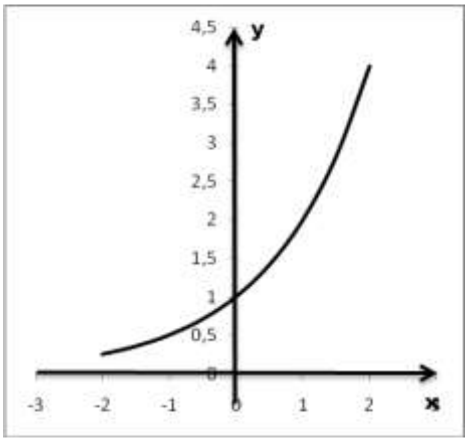
10. Овладение навыками решения логарифмического неравенства.

Показательная функция, ее график и свойства.

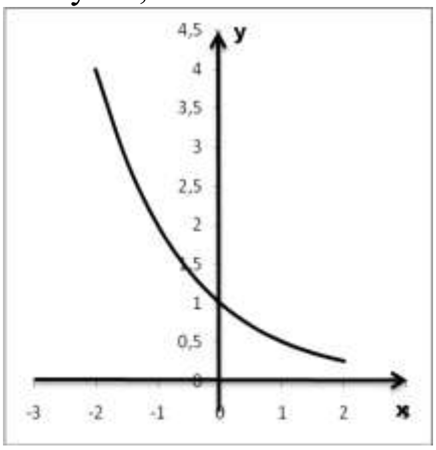
$y=a^x$, где $a>0$; $a\neq1$; x - любое, называется показательной функцией.

Схематический график показательной функции выглядит следующим образом:

1. $y=a^x$, если $a>1$



2. $y=a^x$, если $0<a<1$



Свойства функции.

1. ООФ $x \in (-\infty; \infty)$
2. Область изменения значения функции $y \in (0; \infty)$, т.е. $a^x>0$ всегда, при любом «x»
3. Если $x = 0$, то $a^x=a^0=1$ Все графики проходят через точку (0;1)
4. $y=a^x$, если $a>1$ – возрастающая, если $a<1$ – убывающая
5. Если $a>1$ и $x\to\infty$, то $a^x\to\infty$

   Если $x\to-\infty$, то $a^x\to0$

Если $0<a<1$ и $x\to\infty$; $a^x\to0$; $x\to-\infty$; $a^x\to\infty$

Выполнить упражнения: Алимов, 10-11. упр.№ 195, 196, 199, стр.74

Образец решения:

№195(2)

Сравнить числа $0{,}3^2$ и 1; т.к. $1=0{,}3^0$, то сравним $0{,}3^2$ и $0{,}3^0$, т.к. основание $a= 0{,}3<1$, то функция убывающая, следовательно $0{,}3^2 <0{,}3^0$

№196(2)

Сравнить с 1 $(3{,}5)^{0{,}1}$; т.к. $1=(3{,}5)^0$, то сравним $(3{,}5)^{0{,}1}$ и $(3{,}5)^0$, т.к. $a=3{,}5>1$,то функция возрастающая, следовательно $(3{,}5)^{0{,}1}> (3{,}5)^0$, т.е. $(3{,}5)^{0{,}1}>1$

№199(2)

Выяснить, является ли возрастающей или убывающей функция $y=(1/7)^{-x}$
Решение $(1/7)^{-x}=7^x$, следовательно $y=(1/7)^{-x}$ - возрастающая

<u>Показательные уравнения</u>

Определение: Уравнение, содержащее неизвестное только в показателе степени, называется показательным.

Существуют три способа решения показательных уравнений. Решение уравнений всеми способами сводится к решению уравнения $a^{f(x)}=a^{g(x)}$, где $a>1$ и $a\neq 1$. Так как основания равны, то равны и показатели степеней, т.е. $f(x)=g(x)$.

<u>**I способ решения.**</u> Уравнивание оснований обеих частей уравнения.

<u>Примеры с решением.</u>

1. $2^x=32$; $2^x=2^5$; $x=5$ Ответ: $x=5$
2. $49^x=1/7$; $7^{2x}=7^{-1}$; $2x=-1$; $x=-1/2$ Ответ: $x=-1/2$

№208, 209, 210

Образец решения:

№210(2)

$2\cdot 4^x=64$; $2^1\cdot 2^{2x}=2^6$; $2^{1+2x}=2^6$; $1+2x=6$; $2x=6-1$; $2x=5$; $x=5/2$ Ответ: $x=2{,}5$

<u>**II способ решения.**</u> Вынесение общего множителя за скобку.

<u>Примеры с решением.</u>

1. $2^x-2^{x-2}=3$; $2^x-2^x\cdot 2^{-2}=3$; $2^x(1-1/4)=3$; $2^x\cdot 3/4=3$; $2^x=3\cdot 4/3=4$; $2^x=2^2$; $x=2$
   Ответ: $x=2$
2. $2^{x+1}+3\cdot 2^{x-1}-5\cdot 2^x+6=0$
   $2^x\cdot 2^1+3\cdot 2^x\cdot 2^{-1}-5\cdot 2^x=-6$
   $2^x(2+3/2-5)=-6$
   $2^x(-3/2)=-6$
   $2^x=-6\cdot -2/3=4$; $-2\cdot -2=4$; $2^x=2^2$; $x=2$ Ответ: $x=2$

<u>Выполнить упражнения: Алимов, упр.№ 211, 218, стр.77</u>

<u>Образец решения:</u>

<u>№218(2)</u>

$3^{2y-1}+3^{2y-2}-3^{2y-4}=315$

$3^{2y}\cdot 3^{-1}+3^{2y}\cdot 3^{-2}-3^{2y}\cdot 3^{-4}=315$

$3^{2y}(1/3+1/9-1/81)=315$

$3^{2y}\cdot 35/81=315$

$3^{2y}=315\cdot 81/35$

$3^{2y}=9\cdot 81$

$3^{2y}=3^{2+4}$

$3^{2y}=3^6$

$2y=6$

$y=3$

Ответ: $y=3$

<u>III способ решения.</u> Приведение к квадратному уравнению.
$a^{2x}+a^x+b=0$ Такое уравнение решается методом введения новой переменной t.
$a^x=t$; тогда $t^2+t+b=0$. Находим t_1 и t_2; затем в подстановку подставляем найденные t_1 и t_2;
$a^x= t_1$, находим x_1; $a^x= t_2$, находим x_2
Примеры с решением.

1. $3^{x+2}+9^{x+1}-810=0$
   $3^{x+2}+3^{2x+2}-810=0$
   $3^x\cdot 3^2+3^{2x}\cdot 3^2-810=0$
   $3^x=t$
   $9t+9t^2-810=0$; $9t^2+9t-810=0 \mid : 9$
   $t^2+t-90=0$; $t_1=9$; $t_2=-10$;
   $3^x=9$; $3^x=3^2$; $x=2$
   $3^x=-10$ решений нет, т.к. $3^x>0$ всегда, при любом x.
   Ответ: x=2.
2. $5^x+125\cdot 5^{-x}=30$
   $5^x+125/5^x=30 \mid \cdot 5^x$
   $5^{2x}+125-30\cdot 5^x=0$
   $5^x=t$
   $t^2-30t+125=0$
   $t_1=25$
   $t_2=5$
   $5^x=25$; $5^x=5^2$; $x=2$;
   $5^x=5$; $x=1$
   Ответ: x=1; x=2.
3. $3^{2x}-3^x=702$
   $3^x=t$
   $t^2-t-702=0$; $t_1=27$; $t_2=-26$;
   $3^x=27$; $3^x=3^3$; $x=3$
   $3^x=-26$ решений нет, т.к. $3^x>0$;
   Ответ: x=3.

<u>Уравнения по III способу решения повышенной сложности.</u>

4. $Aa^x+Ba^{x/2}\cdot b^{x/2}+Cb^x=0$
   Решается делением, например, на $a^x\neq 0$ (или на $b^x\neq 0$)
   $A(a/b)^x+B(a/b)^{x/2}+C=0$; получаем квадратное уравнение, например:
   $3\cdot 25^x-5\cdot 10^x+2\cdot 4^x=0$
   $3\cdot 5^{2x}-5\cdot 2^x\cdot 5^x+2\cdot 2^{2x}=0$ разделим каждый член уравнения на $2^{2x}\neq 0$
   $3(5/2)^{2x}-5\cdot(2^x\cdot 5^x/2^{2x})+2=0$
   $3(5/2)^{2x}-5\cdot(5/2)^x+2=0$
   $(5/2)^x=t$
   $3t^2-5t+2=0$; $t_{1/2}=5\pm\sqrt{25-24}/6$
   $t_1=\dfrac{5+1}{6}=1$; $t_2=\dfrac{5-1}{6}=2/3$
   $(5/2)^x=1$; $(5/2)^x=(5/2)^0$; $x_1=0$

$(5/2)^x=2/3$; $x_2=\log_{5/2}2/3$

Ответ: $x_1=0$; $x_2=\log_{5/2}2/3$.

5. $7^{x-2}=3^{2-x}$; $7^{x-2}=(1/3)^{x-2}$; разделим обе части на $(1/3)^{x-2}$; имеем

$(\frac{7}{1/3})^{x-2}=1$; $21^{x-2}=1$; $21^{x-2}=21^0$; x-2=0; x-2

Ответ: x=2.

6. $2^{8-x}+7^{3-x}=7^{4-x}+2^{3-x}\cdot 11$

$2^{8-x}-2^{3-x}\cdot 11=7^{4-x}-7^{3-x}$

$2^{3-x}(2^{8-x-3+x}-11)= 7^{3-x}(7^{4-x-3+x}-1)$

$2^{3-x}(2^5-11)= 7^{3-x}(7-1)$

$2^{3-x}\cdot 21=7^{3-x}\cdot 6$

$(2/7)^{3-x}=6/21$; $(2/7)^{3-x}=2/7$; 3-x=1; -x=-2; x=2

Ответ: x=2.

Выполнить упражнения: Алимов, 10-11, упр.№213, 219(1,2), стр. 77,78

Решение показательных неравенств.

$$a^{f(x)}>a^{g(x)}$$

если a>1, то f(x) >g(x)
т.е. знак неравенства
сохраняется

если 0<a<1, то f(x) < g(x)
т.е. знак неравенства
меняется на противопо-
ложный

Показательные неравенства решаются теми же способами, что и показательные уравнения.

Примеры с решением.

1. $(1/2)^{-2x+5}<(1/2)^{-5}$, т.к. основание меньше 1, то -2x+5>-5; -2x>-10; x<5;

Ответ: $(-\infty; 5)$.

2. $3^{2x-5}<3^{5x-6}$, т.к. a>1, то 2x-5<5x-6; -3x<-1; x<1/3

Ответ: $(1/3; \infty)$.

3. $1/27\le 3^{2-x}<27$

$3^{-3}\le 3^{2-x}<3^3$

$-3\le 2-x<3$ Перенесем (т.е. отнимем 2 от обеих частей неравенства)

$-3-2\le -x<3-2$

$-5\le -x<1$ Умножим все на (-1) $5\ge x>-1$; $-1<x\le 5$

Ответ: (-1;5].

4. $2^{2x-1}+2^{2x-2}+2^{2x-3}\ge 448$

$2^{2x}\cdot 2^{-1}+2^{2x}\cdot 2^{-2}+2^{2x}\cdot 2^{-3}\ge 448$

$2^{2x}(1/2+1/4+1/8) \ge 448$

$2^{2x}\cdot \frac{4+2+1}{8}\ge 448$

$2^{2x}\cdot 7/8\ge 448$

$2^{2x}\ge(448\cdot 8)/7$

$2^{2x} \geq 64 \cdot 8$

$2^{2x} \geq 2^6 \cdot 2^3$

$2^{2x} \geq 2^9$; $2x \geq 9$; $x \geq 4{,}5$

Ответ: $[4{,}5; \infty)$.

5. $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 < 0$

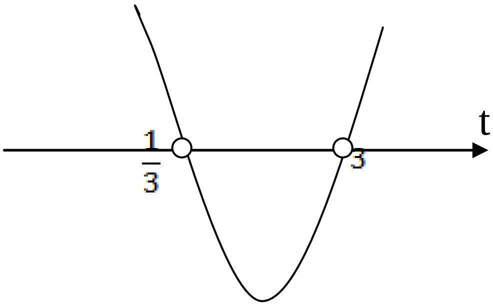
$3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0$

$3^x = t$

$3t^2 - 10t + 3 < 0$; $3t^2 - 10t + 3 = 0$

$t_{1/2} = 10 \pm \sqrt{100-36}/6 = 10 \pm 8/6$

$t_1 = \dfrac{10+8}{6} = 3$; $t_2 = \dfrac{10-8}{6} = 1/3$



$1/3 < t < 3$

$3^{-1} < t < 3$

$3^{-1} < 3^x < 3$

$-1 < x < 3$

Ответ: $(-1; 3)$.

6. $9^x + 3^x - 12 > 0$

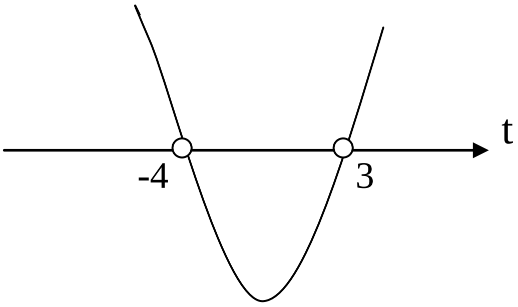
$3^{2x} + 3^x - 12 > 0$

$3^x = t$

$t^2 + t - 12 > 0$; $t^2 + t - 12 = 0$

$t_1 = -4$; $t_2 = 3$

$t > 3$; $t < -4$



$3^x < -4$ решений нет, т.к. $3^x > 0$

$3^x > 3^1$; $x > 1$

Ответ: $(1; \infty)$.

<u>Решить самостоятельно:</u> $25^x - 2 \cdot 5^x < 0$

<u>Выполнить упражнения: Алимов, стр.81, №228,229,231,232,233</u>

<u>Разберем №231(4)</u>

$\left(2\frac{2}{3}\right)^{6x2+x} \leq 7\frac{1}{9}$

$(8/3)^{6x2+x} \leq 64/9$

$(8/3)^{6x2+x} \leq (8/3)^2$

$6x^2 + x \leq 2$

$6x^2 + x - 2 \leq 0$

$x_{1/2} = (-1 \pm \sqrt{1+48})/12 = (-1 \pm 7)/12$

<u>Решение систем показательных уравнений</u>

<u>Алимов, стр.84, №240-243</u>

<u>№240(1)</u>

$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 5^{x+y} = 5^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 5^{x+y} = 5^2 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x-y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$3x=3$; $x=1$; $1+y=2$; $y=1$;

Ответ: (1;1)

<u>№241(1)</u>

$$\begin{cases} 4^x \cdot 2^y=32 \\ 3^{8x+1}=3^{3y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^{2x} \cdot 2^y=2^5 \\ 3^{8x+1}=3^{3y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ 8x+1=3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+y=5 \quad |\cdot 3 \\ 8x-3y=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+3y=15 \\ 8x-3y=-1 \end{cases}$$

$14x=14$; $x=1$

$2\cdot 1+y=5$; $y=5-2=3$

Ответ: (1;3)

<u>242(1)</u>

$$\begin{cases} 2^x+2^y=6 \\ 2^x-2^y=2 \end{cases}$$ произведем сложение

$2\cdot 2^x=8$ $2^2+2^y=6$

$2^x=4$ $2^y=6-4$

$2^x=2^2$ $2^y=2^1$

$x=2$ $y=1$

Ответ: (2;1)

<u>243(1)</u>

$$\begin{cases} 5^x-5^y=100 \\ 5^{x-1}+5^{y-1}=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^x-5^y=100 \\ 5^x \cdot 5^{-1}+5^y \cdot 5^{-1}=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^x-5^y=100 \\ 1/5(5^x+5^y)=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^x-5^y=100 \\ 5^x+5^y=150 \end{cases}$$

$2\cdot 5^x=250$; $5^x=125$; $5^x=5^3$; $x=3$

$5^3=100+5^y$; $5^y=125-100$; $5^y=25$; $5^y=5^2$; $y=2$

Ответ: (3; 2)

К данной методической работе прилагаются карточки-задания в виде раздаточного материала, соответствующему базовому уровню при сдаче ЕГЭ по математике, а также диагностическая контрольная работа.

<u>Образец контрольной работы №1 по теме:</u>
<u>«Показательная функция»</u>

Вариант 1.

1. Решить уравнение:

а) $(16/25)^{x+3}=(125/64)^2$

б) $5^{x+1}+5^x+5^{x-1}=155$

в) $3^{2x+5}=3^{x+2}+2$

2. Решить неравенство:

а) $2^{x2}>(1/2)^{2x-3}$

б) $5^{2*+1}+4\cdot5^x>1$

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{x+y}=32 \\ 3^{3y-x}=27 \end{cases}$$

Вариант 2.

1. Решить уравнение:

а) $(2/3)^{1-2x}=(27/8)^{-3}$

б) $2\cdot7^{x+2}+7^{x-1}=687$

в) $4^{2x-3}-3\cdot4^{x-2}-1=0$

2. Решить неравенство:

а) $10^{x2}<10^{-3}\cdot(10^{3-x})^2$

б) $9^x<10\cdot3^x-9$

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3^{2y-x}=1/81 \\ 3^{x-y+2}=27 \end{cases}$$

<u>Диагностическая контрольная работа по теме:</u>
<u>«Показательная функция»</u>

Вариант 1.

1. Укажите, какие из перечисленных функций являются возрастающими:

а) $y=0,3^x$; б) $y=(1/7)^{-x}$; в) $y=1,3^{2x}$; г) $y=0,7^{3x}$;

2. Сравнить числа:

$(1/5)^{0,2}$ и $(1/5)^{1,2}$

3. Найдите значение выражения:

$9^{1,5}-81^{0,5}-(0,5)^{-2}$

4. Решите уравнение:

$32^{3x-1}=\sqrt[3]{128^x}$

5. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 4^x\cdot2^y=32 \\ 3^{8x+1}=3^{3y} \end{cases}$$

6. Решите показательное неравенство:

$9^x-8\cdot3^{x+1}-81\geq0$

Диагностическая контрольная работа по теме: «Показательная функция»

Вариант 2.

1. Укажите, какие из перечисленных функций являются убывающими:
   а) $y=0{,}18^x$; б) $y=1{,}69^x$; в) $y=(1/2)^{-x}$; г) $y=4^{-x}$;
2. Сравните числа:
   $5^{-0,2}$ и $5^{-1,2}$
3. Найдите значение выражения:
   $25^{1,5}+(0{,}25)^{-0,5}-81^{0,75}$
4. Решите уравнение:
   $0{,}75^{2x-3}=(1\frac{1}{3})^{5-x}$

5. Решите систему уравнений:
   $$\begin{cases} 3^{3x-2y}=81 \\ 3^{6x}\cdot 3^{y}=27 \end{cases}$$
6. Решите показательное неравенство:
   $49^x-48\cdot 7^x\geq 49$

Логарифмическая функция.

Понятие логарифма числа

Запишем равенство $a^c=b$, где **а**-основание степени; $a>0$; $a\neq 1$, **с**-показатель степени; с-любое число; $b=a^c$ – степень; $b>0$ всегда.
Например: $2^3=8$; 2-основание степени; 3-показатель степени; 8-степень;
Пусть одно из значений a;b;c- неизвестно, тогда могут быть три случая:

1. Неизвестно основание (обозначим его за «х»). Рассмотренное равенство примет вид: $x^c=b$ или $x^3=8$. Основание степени находим действием извлечения корня: $x=\sqrt[c]{b}$ или $x=\sqrt[3]{8}$
2. Неизвестное – степень. Рассмотренное равенство примет вид: $a^c=x$ или $2^3=x$; $x=8$ Значение «х» находится по определению степени.
3. Неизвестен показатель степени, в которую надо возвести основание, чтобы получить данную степень $a^x=b$; $2^x=8$

Определение: Показатель степени, в который надо возвести основание, чтобы получить данное число, называется логарифмом данного числа по данному основанию и обозначается:
$x=\log_a b$ ($a>0$; $a\neq 1$; $b>0$); $x=\log_2 8$ ($8>0$; $2>0$)

Итак, учащийся должен уметь переходить от равенства $a^c=b$ к равенству $\log_a b=c$ и наоборот.

Пример: Записать показательные равенства в виде логарифмических

а) $2^5=32$; $\log_2 32=5$
б) $7^{-2}=1/49$; $\log_7 1/49=-2$
в) $(3/2)^{-3}=8/27$; $\log_{2/3} 8/27=-3$
г) $(0,25)^{-0,5}=2$; $\log_{0,25} 2=-0,5$

Для самостоятельной работы: Алимов 10-11, стр.92, №266

Перейти от логарифмической записи к показательной и вычислить:

№267

$\log_2 16=4$; $\log_2 64=6$; $\log_2 2=1$; $\log_2 1=0$

Решить самостоятельно: №268(1,2,3), №269, №270(1,2), №271(1-5), №272, №273

Разберем наиболее сложные примеры:

№268(4)

$\log_2 1/\sqrt[4]{2}=x$ - обозначим искомый логарифм за «х»; запишем это равенство в виде показательного по определению логарифма $2^x=1/\sqrt[4]{2}$; приведем обе части равенства к одному основанию:

$2^x=1/2^{1/4}$; $2^x=2^{-1/4}$; $x=-1/4$

№270(4)

$\log_3 1/\sqrt[4]{3}=x$; $3^x=1/\sqrt[4]{3}$; $3^x=3^{-1/4}$; $x=-1/4$;

Найти «х», если $\log_{\sqrt{2}} x=8$

Решение: $(\sqrt{2})^8=x$; $(2^{1/2})^8=x$; $2^4=x$; $x=16$

Основное логарифмическое тождество

$a^{\log_a b}=b$ $(a>0;\ a\neq 1;\ b>0)$;

Примеры:

№274 Вычислить:

а) $3^{\log_3 18}=18$; $(1/4)^{\log_{1/4} 16}=16$
$10^{\log_{10} 2}=2$
б) $9^{\log_3 5}=(3^2)^{\log_3 5}=5^2=25$
в) $3^{5\log_3 2}=2^5=32$
г) $5^{\log_{25} 2}$

Обозначим искомое выражение за «х»; тогда основание $5=\sqrt{25}$, тогда условие можно записать $\sqrt{25}^{\log_{25} 2}=25^{1/2\log_{25} 2}=(25^{\log_{25} 2})^{1/2}=2^{1/2}=\sqrt{2}$

Ответ: $\sqrt{2}$

д) $81^{1/4-1/2\log_9 4}=81^{1/4}/81^{1/2\log_9 4}=(3^4)^{1/4}/9^{1/2\cdot\log_9 4}=3/9^{\log_9 4}=3/4$

(по правилу действия со степенями $a^{m-n}=a^m/a^n$)

Ответ: 3/4;

Решить самостоятельно: Алимов 10-11, упр. 275, 276, 280, 281

Свойства логарифмов (теоремы логарифмирования)

1. Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей
$\log_a(b\cdot c)=\log_a b+\log_a c$
2. Логарифм частного (деления) равен логарифму числителя минус

логарифм знаменателя:

$\log_a b/c=\log_a b-\log_a c$

3. Логарифм степени равен показателю степени, умноженному на логарифм основания степени:

$\log_a b^r=r\log_a b$

Во всех трех теоремах: $a>0$; $a\neq1$; $b>0$; $c>0$; r - любое число.

<u>Примечание:</u> сумма и разность не логарифмируются

<u>Пример: №291(1); 290(1); 292(1); 293(1); 294(1);</u>

1. $\log_2 15-\log_2 15/16=\log_2\frac{15}{15/16}=\log_2 16=4$ (по свойству 2)
2. $\log_{10}5+\log_{10}2=\log_{10}(5\cdot2)=\log_{10}10=1$ (по свойству1)
3. $\log_{13}\sqrt[5]{169}=\log_{13}\sqrt[5]{13^2}=\log_{13}13^{2/5}=2/5\log_{13}13=2/5$ (по свойству 3)
4. $\log_8 12-\log_8 15+\log_8 20=\log_8 12/15+\log_8 20=\log_8(\frac{12}{15}\cdot20)=\log_8 16$

   Обозначим $\log_8 16=x$, тогда $8^x=16$; $2^{3x}=2^2$; $3x=4$; $x=4/3$;

   Таким образом $\log_8 16=4/3$ (по свойствам 1 и 2)
5. $\log_3 8/\log_3 16=\log_3 2^3/\log_3 2^4=3\log_3 2/4\log_3 2=3/4$ (по свойству 3)

<u>Решить самостоятельно: 290(2-4), 291(2-4), 293(2-4), 294(2-4)</u>

<u>Десятичные и натуральные логарифмы</u>
<u>Формула перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.</u>

<u>Определение 1.</u> Логарифмы по основанию 10 называются десятичными и обозначаются: $\log_{10}b=\lg b$

Полезно знать, как вычисляются десятичные логарифмы чисел, изображенных единицей с нулями:

$\lg1=0$	$\lg0{,}1=-1$
$\lg10=1$	$\lg0{,}01=-2$
$\lg100=2$	$\lg0{,}001=-3$
$\lg100=3$	
$\lg\underbrace{10\ldots0}_{n}=n$	$\lg\underbrace{0{,}00\ldots01}_{n}=-n$

<u>Определение 2.</u> Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию e, где e-иррациональное число, приближенно равное 2,7, и обозначается $\log_e b=\ln b$

Формула перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию $\mathbf{\log_a b=\log_c b/\log_c a}$, где $b>0$; $a>0$; $a\neq1$; $c>0$; $c\neq1$

<u>Упр. №305(1-3)</u> <u>Упр. №305(4-6) решить самостоятельно</u>

Выразить данный логарифм через логарифм с основанием 7.

$\log_5 3=\log_7 3/\log_7 5$

$\lg6=\log_7 6/\log_7 10$

$\log_2 7=\log_7 7/\log_7 2=1/\log_7 2$

Упр. №308

Дано: $\log_7 2=m$

Найти: $\log_{49}28$

Решение:

$\log_{49}28=\log_7 28/\log_7 49= \log_7(4\cdot 7)/\log_7 49= (\log_7 4+\log_7 7)/2=(\log_7 2^2+1)/2= (2\log_7 2+1)/2=(2m+1)/2$

Упр. №309 решить самостоятельно.

Образец контрольной работы №2 по теме: «Свойства логарифмов»

Вариант 1

1. Вычислить:

а) $(1/7)^{1+2\log_{1/7}3}$

б) $\log_7 8/(\log_7 15-\log_7 30)$

в) $1/2\log_7 36-\log_7 14-3\log_7 \sqrt[3]{21}$

г) $1/3\log_9\log_2 8$

2. Сравнить числа:

$3^{\log_{1/3}18}$ и $17^{\log_{1/3}3}$

3. Дано: $\lg 3=a$; $\lg 2=b$

Найти: $\log_5 6$

Вариант 2 приводится с решением

1. Вычислить:

а) $(1/4)^{-5\log_2 3+1}$

Решение:

$(2^{-2})^{-5\log_2 3}\cdot(1/4)^1=2^{10\log_2 3}\cdot 1/4=3^{10}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\cdot 3^{10}$

Ответ: $\frac{1}{4}\cdot 3^{10}$

б) $(\log_5 36-\log_5 12)/\log_5 9$

Решение:

$(\log_5 36-\log_5 12)/\log_5 9=\log_5\frac{36}{12}/\log_5 9=\log_5 3/\log_5 3^2=\log_5 3/2\log_5 3=1/2$

Ответ: 1/2.

в) $2\log_{1/3}6-1/2\log_{1/3}400+3\log_{1/3}\sqrt[3]{45}$

Решение:

$2\log_{1/3}6-1/2\log_{1/3}400+3\log_{1/3}\sqrt[3]{45}=\log_{1/3}6^2-\log_{1/3}400^{1/2}+\log(\sqrt[3]{45})^3=$

$\log_{1/3}36-\log_{1/3}20+\log_{1/3}45=\log_{1/3}\frac{36*45}{20}=\log_{1/3}81=-4$

Ответ: -4.

г) $2\log_3\log_2 8$

Решение:

$2\log_3\log_2 8=2\log_3 3=2$

Ответ: 2

2. Сравнить числа:

$2^{\log_{1/2} 11}$ и $12^{\log_{1/3} 3}$

<u>Решение:</u>

$(1/2)^{\log_{1/2} 11^{-1}}$ и 12^{-1}

1/11 и 1/12; 1/11>1/12

Ответ: $2^{\log_{1/2} 11} > 12^{\log_{1/3} 3}$;

3. Дано: $\log_2 5 = a$

Найти: $\log_4 1250$

<u>Решение:</u>

$\log_4 1250 = \log_2 1250 / \log_2 4 = \log_2 (125 \cdot 2 \cdot 5)/2 = (\log_2 5^3 + \log_2 2 + \log_2 5)/2 = (3 \cdot a + 1 + a)/2 = (4a+1)/2$

Ответ: $(4a+1)/2$;

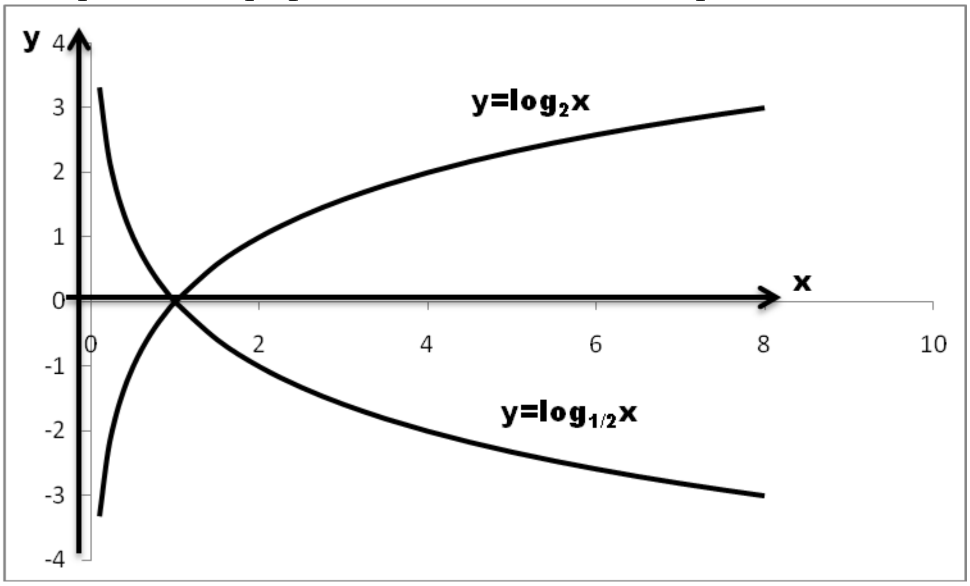
Логарифмическая функция, ее график и свойства.

$y = \log_a x$, где $a>0$; $a \neq 1$

Построим таблицу для двух графиков: $y=\log_2 x$ $y=\log_{1/2} x$

x	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8
$y=\log_2 x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y=\log_{1/2} x$	3	2	1	0	-1	-2	-3

Построим эти графики в одной системе координат:



Свойства функции:

1. ООФ x ε (0;∞)
2. Область изменения значения функции y ε (-∞;∞)
3. Логарифм единицы по любому основанию равен 0; $\log_a 1 = 0$; Все графики проходят через точку с координатами (1;0).
4. $\log_a a = 1$

a>1	0<a<1
5. $y=\log_a x$ - возрастающая	5. $y=\log_a x$ - убывающая
6. Логарифмы чисел больше единицы – положительны; если $x>1$, то $\log_a x>0$	6. Логарифмы чисел больше единицы – отрицательны; если $x>1$, то $\log_a x<0$
7. Логарифмы чисел меньше единицы – отрицательны; если $0<x<1$, то $\log_a x<0$	7. Логарифмы чисел меньше единицы – положительны; если $0<x<1$, то $\log_a x>0$

Теорема, используемая при решении логарифмических уравнений и неравенств:
Если $\log_a x_1=\log_a x_2$, где $a>0$; $a\neq1$, $x_1>0$, $x_2>0$, то $x_1=x_2$

Решить упражнения: №318, 319, 320, 321 стр.103

Логарифмические уравнения.

Уравнение, содержащее неизвестное под знаком логарифма, называется логарифмическим.

При решении логарифмических уравнений необходимо выполнять следующие положения:

1. Если равны логарифмы при одном основании, то равны и выражения, стоящие под знаком логарифма, то есть если $\log_a f(x)=\log_a g(x)$, то $f(x)=g(x)$.
2. При решении уравнений необходимо учитывать область определения уравнения и следует следить за ее изменением в процессе решения уравнения. При расширении области определения посторонние значения можно отбросить в результате проверки. При сужении области определения обнаружить потерянные корни не всегда возможно, поэтому не следует допускать сужение области определения.

Способы решения логарифмических уравнений.

I. По определению логарифма

1. $\log_{x-1}(x^2-5x+10)=2$

Перейдем от логарифмической записи к показательной:
$(x-1)^2=x^2-5x+10$
$x^2-2x+1-x^2+5x-10=0$
$3x=9$; $x=3$;
Проверка:
Левая часть: $\log_{3-1}(3^2-5\cdot3+10)=\log_2 4=2$; $2=2$;
Ответ: $x=3$

2. $\log_2(x^2+4x+3)=3$

Перейдем от логарифмической записи к показательной:
$2^3= x^2+4x+3$; $x^2+4x+3-8=0$; $x^2+4x-5=0$; $x_1=1$; $x_2=-5$;
Проверка:
$x=1$ левая часть $\log_2(1+4+3)=\log_2 8=3$
$x=-5$ левая часть $\log_2(25-20+3)=\log_2 8=3$

Ответ: $x=1$; $x=-5$

3. $1/3 \log_3(2x+1)=1$

ОДЗ $2x+1>0$; $2x>-1$; $x>-1/2$

$\log_3(2x+1)=3$; по определению логарифма $3^3=2x+1$; $2x+1=27$; $2x=26$

$x=13$; ответ подходит по ОДЗ, следовательно $x=13$

Ответ: $x=13$;

II. Сведение к квадратному уравнению

$\log_2^2x-3\log_2x-10=0$

ОДЗ $x>0$

Примем $\log_2x=t$, тогда $t^2-3t-10=0$; $t_1=5$; $t_2=-2$

$\log_2x=5$, откуда $2^5=x$; $x_1=32$

$\log_2x=-2$, откуда $2^{-2}=1/4$; $x_2=1/4$

Оба корня подходят по ОДЗ

Ответ: $x_1=32$; $x_2=1/4$;

III. Метод потенцирования: переход от равенства, содержащего, логарифмы, к равенству не содержащему их.

При выполнении преобразований не забывайте про область определения логарифмической функции.

1. $\lg x=2-\lg5$;

ОДЗ $x>0$

$\lg x=\lg100-\lg5$; $\lg x=\lg100/5$; $\lg x=\lg20$; $x=20$; Сравниваем ответ с ОДЗ

Ответ: $x=20$

2. $2+\log_3(x-2)=1/3\log_3729$

ОДЗ $x-2>0$; $x>2$;

$\log_39+\log_3(x-2)=1/3 \log_3729^{1/3}$; $\log_3(9\cdot(x-2))= \log_39$

$9(x-2)=9$; $x-2=1$; $x=3$

Ответ: $x=3$;

3. $\log_2(7x-4)=2+\log_213$

Преобразуем правую часть.

Представим число 2 как $\log_24$, тогда уравнение примет вид:

$\log_2(7x-4)=\log_24+\log_213$

ОДЗ $7x-4>0$; $7x>4$; $x>4/7$

$\log_2(7x-4)=\log_252$

$7x-4=52$; $7x=56$; $x=8$

Ответ: $x=8$.

4. $\lg(2x^2+21x+9)-\lg(2x+1)=1$

В таком уравнении легче будет сделать проверку:

$\lg(2x^2+21x+9)-\lg(2x+1)=\lg10$

$\lg(2x^2+21x+9)/(2x+1)=\lg10$

$2x^2+21x+9/2x+1=10$

$2x^2+21x+9=20x+10$

$2x^2+21x-20x+9-10=0$

$2x^2+x-1=0$; $x_1=1/2$; $x_2=-1$;

Проверка:

$x=1/2$ левая часть $lg(2\cdot 1/4+21\cdot 1/2+9)-lg(2\cdot 1/2+1)=lg(1/2+21/2+9)-lg2=$ $lg20-lg2=lg20/2=lg10=1$; $1=1$

$x=-1$ левая часть $lg(2\cdot 1-21+9)-lg(-2+1)=$ Решений нет;

$x=-1$ не удовлетворяет данному уравнению, так как в этом случае под знаком логарифма получаются отрицательные числа. Итак, данное уравнение имеет один корень.

Ответ: $x=1/2$.

IV. Логарифмирование обеих частей уравнения.

1. $x^{lg\,x-3}=0.01$

ОДЗ $x>0$

Логарифмируем обе части уравнения по основанию 10: $lg(x^{lg\,x-3})=lg0.01$

По третьему свойству логарифмов имеем: $(lgx-3)lgx=-2$; $lg^2x-3lgx+2=0$

$lgx=t$; $t^2-3t+2=0$; $t_1=2$; $t_2=1$;

$lgx=2$; $x_1=100$; $lgx=1$; $x_2=10$

Ответ: $x_1=100$; $x_2=10$

2. $100^{lg(x+20)}=10000$

ОДЗ $x+20>0$; $x>-20$

$lg(100^{lg(x+20)})=lg10000$

$lg(x+20)\cdot lg100=4$

$lg(x+20)\cdot 2=4$

$lg(x+20)=2$

$10^2=x+20$

$100=x+20$

$x=80$

Ответ: $x=80$.

V. Приведение логарифмов к одному основанию.

1. $log_3x+log_5x=log_315$

ОДЗ $x>0$

Используем формулу перехода: $log_ab=log_cb/log_ca$

Приведем все члены данного уравнения к основанию 3, тогда:

$log_5x=log_3x/log_35$; имеем $log_3x+log_3x/log_35=log_315$;

$log_3x\cdot log_35+log_3x=log_35\cdot log_315$

$log_3x(log_35+1)=log_35\cdot log_315$

так как $log_33=1$, то $log_3x(log_35+log_33)=log_35\cdot log_315$

$log_3x\cdot \cancel{log_3}15=log_35\cdot \cancel{log_3}15$, так как $log_315\neq 0$, то $log_3x=log_35$; $x=5$

Ответ: $x=5$

2. $log_2(x-1)^2-log_{1/2}(x-1)=9$

ОДЗ $x-1>0$; $x>1$

$log_2(x-1)^2-log_2(x-1)/log_21/2=9$

$2log_2(x-1)-log_2(x-1)/-1=9$

$2log_2(x-1)-log_2(x-1)=9$

$3log_2(x-1)=9$

$log_2(x-1)=3$

$2^3=x-1$; $x-1=8$; $x=9$

Ответ: $x=9$

3. $\log_2 x - 2\log_x 2 = -1$

ОДЗ $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \end{cases}$

$\log_2 x - 2\log_2 2/\log_2 x = -1$

$\log_2^2 x - 2\cdot 1 = -\log_2 x$

$\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0$

$\log_2 x = t$

$t^2 + t - 2 = 0$; $t_1 = -2$; $t_2 = 1$;

$\log_2 x = -2$; $\log_2 x = 1$

$x_1 = 2^{-2} = 1/4$; $x_2 = 2^1 = 2$

Ответ: $x_1 = 1/4$; $x_2 = 2$.

Задания для подготовки к контрольной работе по теме: «Логарифмические уравнения»

1. $\log_{5-x}(2x^2 - 5x + 31) = 2$
2. $4^{\log_x 5} + 15\cdot 2^{\log_x 5} = 34$
3. $2\lg x/\lg(8x-7) = 1$
4. $100\cdot x^{2\lg x} = x^4$
5. $2\cdot\log_4 x + 2\log_x 4 = 5$
6. $\log_3(2x^2+1) - \log_3(4x+5) = 1$
7. $\log_2^2 x - 9\log_2 x = 10$
8. $\log_3^2 x - 4\log_3 x = 12$
9. $\lg(3x^2+7) - \lg(3x-2) = 1$
10. $\ln(x+4) - \ln(x+3) = \ln 3$
11. $2\log_{16}^2 x - \log_{16} x - 1 = 0$
12. $1 - \log_5(x+3) = \log_5 2$

Решение логарифмических систем уравнений.

№342(1)

$\begin{cases} \lg x - \lg y = 2 \\ x - 10y = 900 \end{cases}$

$\begin{cases} \lg x/y = \lg 100 \\ x - 10y = 900 \end{cases}$

$x>0$; $y>0$;

$\begin{cases} x/y = 100 \\ x = 900 + 10y \end{cases}$

$\frac{900+10y}{y} = 100$

$900 + 10y = 100y$

$90y = 900$

$y = 10$

$x = 900 + 10\cdot 10$

$x = 1000$

Ответ: (1000; 10)

№342(2)

$\begin{cases} \log_3 x+\log_3 y=2 \\ x^2y-2y+9=0 \end{cases}$

$\begin{cases} \log_3 xy=\log_3 9 \\ x^2y-2y+9=0 \end{cases}$

ОДЗ $x>0$; $y>0$

$\begin{cases} xy=9 \\ x^2y-2y+9=0 \end{cases}$

$x=9/y$

$(9/y)^2\cdot y-2y+9=0$

$81/y-2y+9=0$

$81-2y^2+9y=0$

$2y^2-9y-81=0$

$y_{1,2}=9\pm27/4$

$y_1=36/4=9$

$y_2=\frac{9-27}{4}=\frac{-18}{4}$ не удовлетворяет ОДЗ

$x_1=9/9=1$

Ответ: (1; 9)

Решить самостоятельно: Дорофеев (11 класс) 4.146, 4.148, 4.150;

Логарифмические неравенства.

Решение логарифмических неравенств основано на использовании свойства монотонности логарифмической функции.

Если $\log_a f(x)>\log_a g(x)$, то:

$\begin{cases} a>1 \\ f(x)>g(x) \end{cases}$ знак неравенства сохраняется

$\begin{cases} 0<a<1 \\ f(x)<g(x) \end{cases}$ знак неравенства меняется на противоположный

Итак, решение логарифмических неравенств сводится к решению таких систем неравенств:

$\begin{cases} f(x)>g(x) \\ f(x)>0 \\ g(x)>0 \end{cases}$ или $\begin{cases} f(x)<g(x) \\ f(x)>0 \\ g(x)>0 \end{cases}$

Примеры:

Алимов №355(2)

1. $\log_8(4-2x)\geq2$

$\log_8(4-2x)\geq\log_8 64$

$\begin{cases} 4-2x\geq64 \\ 4-2x>0 \end{cases}$

$\begin{cases} -2x \geq 60 \\ -2x > -4 \end{cases}$

$\begin{cases} x \leq -30 \\ x < 2 \end{cases}$

$x \leq -30$

Ответ: $(-\infty; -30]$

<u>Алимов №355(6)</u>

2. $\log_{2/3}(2-5x) < -2$

$\log_{2/3}(2-5x) < \log_{2/3}9/4$, так как $0<a<1$, то знак неравенства меняем на противоположный.

$\begin{cases} 2-5x > 9/4 \\ 2-5x > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} -5x > 9/4-2 \\ -5x > -2 \end{cases}$

$\begin{cases} -5x > 0{,}25 \\ -5x > -2 \end{cases}$

$\begin{cases} x < -0{,}05 \\ x < 0{,}4 \end{cases}$

Ответ: $x < -0{,}05$ или $(-\infty; -0{,}05)$

<u>Алимов 357(1)</u>

3. $\log_{15}(x-3) + \log_{15}(x-5) < 1$

$\log_{15}((x-3)\cdot(x-5)) < \log_{15}15$

$\begin{cases} (x-3)\cdot(x-5) < 15 \\ x-3 > 0 \\ x-5 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-5 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x > 3 \\ x > 5 \end{cases}$

Решаем первое неравенство:

$x^2-3x-5x+15<15$

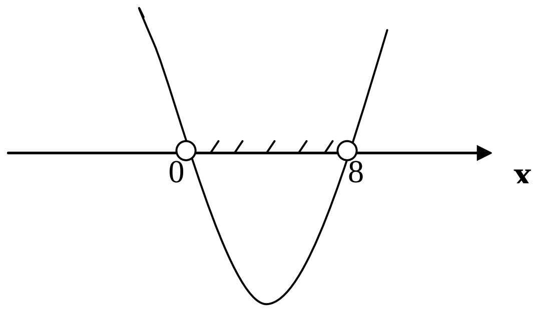
$x^2-8x+15-15<0$

$x^2-8x<0$

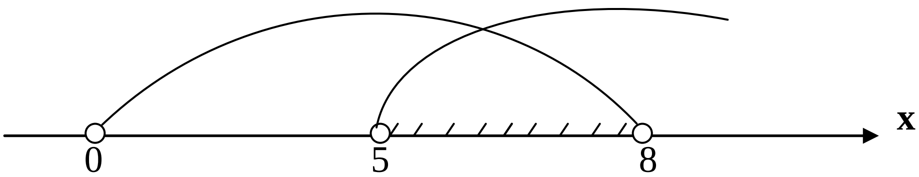
$x^2-8x=0$

$x(x-8)=0$

$x_1=0$; $x_2=8$



Наносим на одну числовую прямую все корни:



Ответ: $(5; 8)$

Алимов №361(4)

4. $\log_{1/2}(x^2-5x-6) \geq -3$

$\log_{1/2}(x^2-5x-6) \geq \log_{1/2}8$

$$\begin{cases} x^2-5x-6 \leq 8 \\ x^2-5x-6 > 0 \end{cases}$$

Решаем первое неравенство:

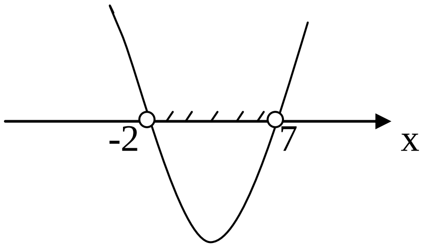
$x^2-5x-6 \leq 8$

$x^2-5x-6-8 \leq 0$

$x^2-5x-14 \leq 0$

$x^2-5x-14=0$

$x_1=7$; $x_2=-2$

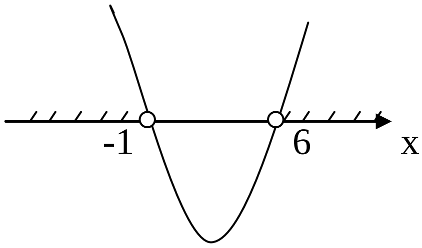


Решаем второе неравенство:

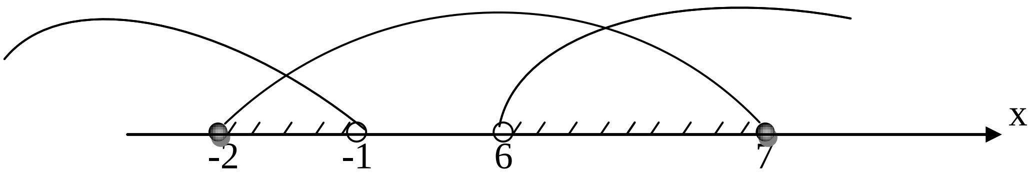
$x^2-5x-6>0$

$x^2-5x-6=0$

$x_1=6$; $x_2=-1$



Ищем общее решение:



Ответ: [-2; -1); (6; 7]

5. Решить неравенство:

log3(x-3)/x+3>0

$\log_3(x-3)/x+3>\log_3 1$

основание a=3>1, следовательно:

$$\begin{cases} (x-3)/x+3>1 \\ (x-3)/x+3>0 \end{cases}$$

Решаем первое неравенство:

$\dfrac{x-3}{x+3}-1>0$

$(x-3-x-3)/x+3>0$

$-6/(x+3)>0$

Так как в числителе число отрицательное, то, чтобы дробь была положительной, надо чтобы знаменатель был тоже отрицательным, то есть $x+3<0$; $x<-3$;

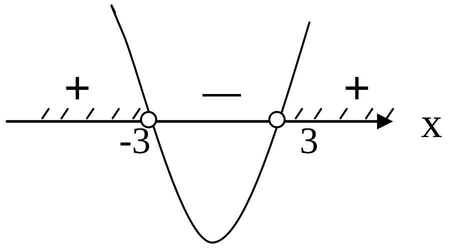
Решаем второе неравенство:

x-3/x+3>0

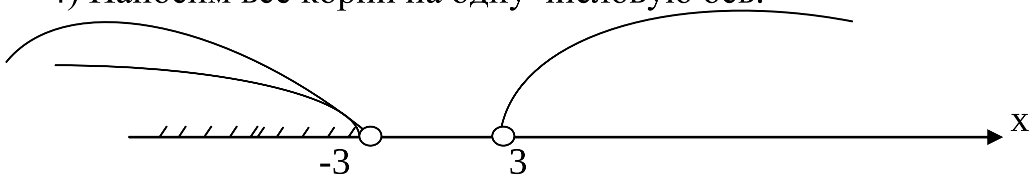
1) $x-3=0$; $x_1=3$

2) x+3=0; x_2=-3

3) Решаем методом интервалов



4) Наносим все корни на одну числовую ось:



Ответ: (-∞; -3).

6. Решить неравенство:

$\log_{1/3}(3x+1)/(x-2)>-1$

$\log_{1/3}(3x+1)/(x-2)>\log_{1/3}3$

так как a=1/3<1, то

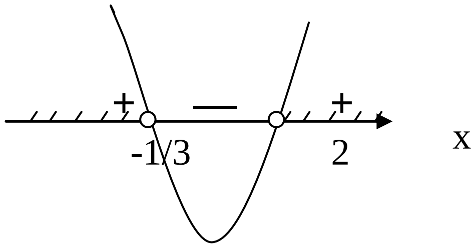
$$\begin{cases}(3x+1)/(x-2)<3\\(3x+1)/(x-2)>0\end{cases}$$

Решаем первое неравенство:

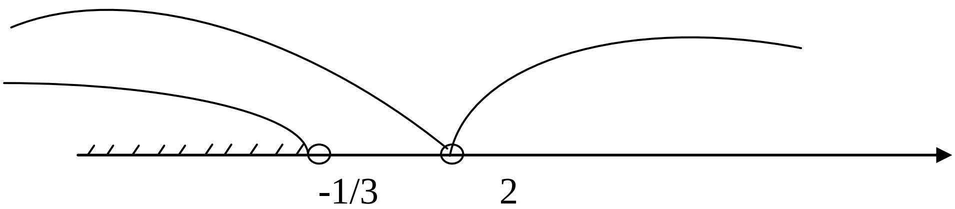
$\frac{3x+1}{x-2}-3<0$; (3x+1-3x+6)/(x-2)<0; 7/(x-2)<0; x<2;

Решаем второе неравенство:

(3x+1)/(x-2)>0; 3x+1=0; x=-1/3; x-2=0; x=2



Находим общее решение:



Ответ: (-∞; -1/3).

<u>В качестве упражнений для самостоятельной работы решить следующие логарифмические неравенства:</u>

а) $\log_2(x^2+6-5x)>1$

б) $\log_{1/3}(3x-2)<1/81$

в) $\log_{0,5}(x^2-4)/(x+10)<-1$

г) $\lg(3x-2)<\lg(2x+3)$

д) $\log_{1/3}(x-2)-\log_3(12-x)\geq-2$

е) $\log_{1/8}(10-x)-\log_6(x-3)\geq-1$

ж) $\log_{1/3}(2x-9)>\log_{1/3}(x-2)$

з) $\log_{0,5}(2x-1)/(x+1)>1$

При решении не забудьте про область определения и характер монотонности функции.

Образец контрольной работы №3 по теме: «Решение логарифмических уравнений и неравенств»

Вариант №1

1. Решить логарифмическое уравнение

а) $\log_4(2x+3)+\log_4(x-1)=2-\log_4(5\frac{1}{3})$

б) $\log_2 x-2\log_x 2=-1$

в) $1-\log_5(x+3)=\log_5 2$

2. Решить логарифмическое неравенство

а) $\log_7\frac{2x-6}{2x-1}>1$

б) $\log_{1/6}(x^2-3x+2)<-1$

в) $\log_3(5x-6)<\log_3 2+3$

3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x+y=7 \\ \lg x+\lg y=1 \end{cases}$$

Вариант №2

1. Решить логарифмическое уравнение

а) $\log_2(2x-1)+\log_2(x+5)=\log_2 52-2$

б) $\log_3 x-6\log_x 3=1$

в) $2-\log_4(x+3)=\log_4(x+3)$

2. Решить логарифмическое неравенство

а) $\log_8(x^2-4x+3)\leq1$

б) $\log_{1/4}\frac{x-3}{x+3}\geq-1/2$

в) $\lg x+2\lg 2<1/2\cdot\lg 49-\lg 5$

3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \log_4 x+\log_4 y=1+\log_4 9 \\ x+y=20 \end{cases}$$

Для получения удовлетворительной оценки достаточно правильно решить по одному примеру из каждого задания.

Диагностическая контрольная работа по теме «Логарифмы. Логарифмическая функция»

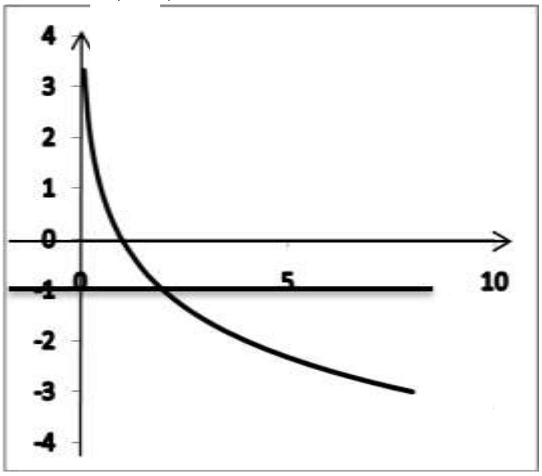
1. Из перечисленных функций выпишите логарифмические
   а) $y=\ln(2+x)$
   б) $y=x+\log_{1/2}16$
   в) $y=\log_3(x-1)$
   г) $y=5^{\log_5 2x}$
2. Выберите из перечисленных функций возрастающие
   а) $y=\log_{0.075}x$
   б) $y=\log_{\sqrt{3}/2}x$
   в) $y=\lg x$
   г) $y=\ln x$
3. Выберите из перечисленных функций убывающие
   а) $y=\log_{0.03}x$
   б) $y=\log_{\sqrt{2}/2}x$
   в) $y=\lg x$
   г) $y=\ln x$
   д) $y=\log_{2,5}x$
4. Что называется логарифмом числа «b» по основанию «a»
5. Постройте графики функций $f(x)=\log_{1/2}x$ и $g(x)=-1$. Найдите точки их пересечения и определите при каких «x» график функции $y=f(x)$ лежит ниже графика функции $y=g(x)$.
6. Постройте графики функций $f(x)=\log_3 x$ и $g(x)=2$. Определите, при каких «x» график функции $f(x)$ лежит ниже графика функции $g(x)$.
7. Постройте графики функций $f(x)=\log_3 x$ и $g(x)=-1$. Определите, при каких «x» график функции $y=f(x)$ лежит ниже графика функции $y=g(x)$.
8. Упростить и вычислить выражение
   $\log_2 b+\log_4 b-1/5\log_8 b$ при $b=1/64$
9. Упростить и вычислить выражение
   $2\log_{125}a+\log_5 a+1/3\log_{1/5}a$ при $a=125$
10. Упростить и вычислить выражение
   $4\log_7 a+\log_{1/7}a+3\log_{49}a$ при $a=1/49$
11. Решить неравенство
   $\log_6 x+\log_6(x+2)\leq\log_6 24$
12. Решить неравенство
   $\log_2 x+\log_2(x-3)<2$
13. Решить неравенство
   $\log_2(x-4)+\log_2(x+1)\leq 6$
14. Решить уравнение
   $\log_4\frac{4+2x}{x-5}=2$
15. Прологарифмировать по основанию 5

$A=125\cdot a^3\cdot b^2/\sqrt{c}$

Образцы решения некоторых примеров из ДКР.

1. Ответ: а), в);
2. Ответ: в), г);
3. Ответ: а), б);

5.



Найти координату точки А

$f(x)=y=-1$

$f(x)=y=\log_{1/2}x$

Решение: $\log_{1/2}x=-1$; $x=(1/2)^{-1}=2$

$x=2$

$y=-1$ А (2; -1)

График функции $f(x)=\log_{1/2}x$ лежит ниже графика $g(x)=-1$ при $x>2$; то есть $(2;\infty)$

Ответ: А (2; -1)

8. $\log_2 b+\log_4 b-1/5\log_8 b=$ Все три логарифма приведем к основанию 2.

$=\log_2 b+\log_2 b/\log_2 4-1/5\log_2 b/\log_2 8=$

$=\log_2 b+\log_2 b/2-\log_2 b/15=$

$=\log_2 1/64+\log_2\frac{1}{64}/2-\log_2\frac{1}{64}/15=$

$=-6+(-3)-(-6)/15=$

$=-6-3+2/5=$

$=-9+2/5=-8\frac{3}{5}$

Ответ: $-8\frac{3}{5}$;

13. Решить неравенство

$\log_2(x-4)+\log_2(x+1)\le 6$

$\log_2(x-4)+\log_2(x+1)\le\log_2 64$

$\log_2((x-4)\cdot(x+1))\le\log_2 64$

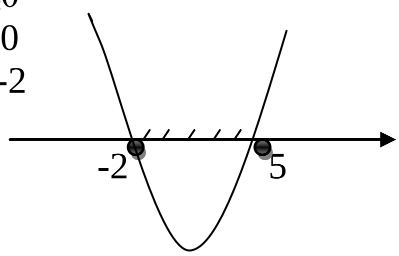
$$\begin{cases}(x-4)\cdot(x+1)\le 6\\ x-4>0\\ x+1>0\end{cases}$$

$x^2+4x+x-4-6\le 0$

$x^2-3x-10\le 0$

$x^2-3x-10=0$

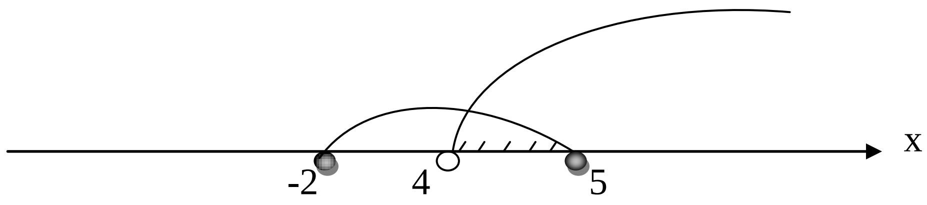
$x_1=5;\ x_2=-2$



$$\begin{cases}x>4\\ x>-1\end{cases}$$

$x>4$

Наносим все три точки на одну прямую



Ответ: (4; 5]

14. Решить уравнение

$\log_4 \frac{4+2x}{x-5}$ =2

$4^2 = \frac{4+2x}{x-5}$

$\frac{4+2x}{x-5}$ =16 4+2x=16x-80; 14x=84; x=6;

Проверка:

$\log_4 \frac{4+12}{6-5}$ $=\log_4 16/1=\log_4 16=2$; 2=2;

Ответ: x=6;

15. Пролагарифмировать по основанию 5

$A=125\cdot a^3\cdot b^2/\sqrt{c}$

Воспользуемся тремя свойствами логарифмов.

$A=125\cdot a^3\cdot b^2/\sqrt{c} =$

$=\log_5(125\cdot a^3\cdot b_2)-\log_5 \sqrt{c} =$

$=\log_5 125+\log_5 a^3+\log_5 b^2-\log_5 \sqrt{c} =$

$=3+3\log_5 a+2\log_5 b-1/2\log_5 c$

Ответ: $3+3\log_5 a+2\log_5 b-1/2\log_5 c$